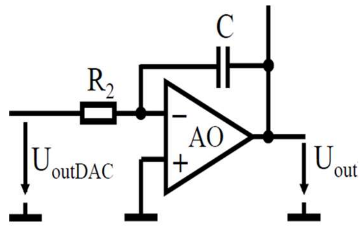
CNA : Filtre analogique programmable

On se propose de réaliser un filtre passe-bas dont la fréquence de coupure est programmable. Pour cela on commence par analyser le circuit suivant :



1. On supposant qu'on arrive à exprimer U_{outDAC} en fonction du signal d'entré U_{in} et du signal de sortie U_{out} comme suit : U_{outDAC} = **α .** (U_{in} + U_{out}) démontrer que la fonction de transfert H(jω) = U_{out}/U_{in} est bien celle d'un un filtre Passe-bas dont la fréquence de coupure est proportionnelle à **α.**

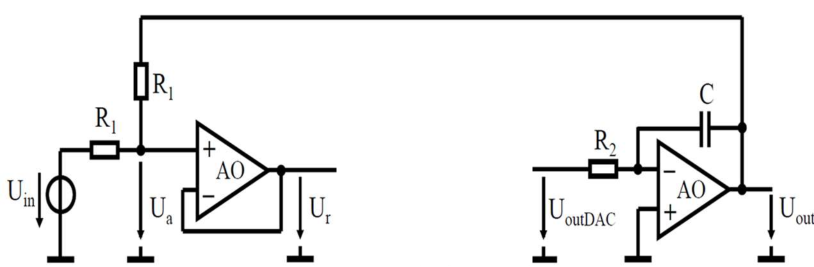
Un ampli Idéal à réaction négative nous permet d'écrire : i+ = i- = 0 et v+ = v-. C'est deux hypothèses donnent:

$$\frac{U_{out}}{U_{outDAC}} = -\frac{Z_c}{R_2} = -\frac{1}{j\omega R_2 C} \rightarrow \frac{U_{out}}{\alpha(U_{in}+U_{out})} = -\frac{1}{j\omega R_2 C} \rightarrow U_{out}\left(1+\frac{\alpha}{j\omega R_2 C}\right) = -\frac{\alpha}{j\omega R_2 C}U_{in} \rightarrow H(i\omega) = \frac{U_{out}}{U_{in}} = -\frac{1}{1+j\omega\frac{R_2 C}{\alpha}}$$

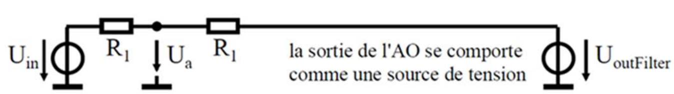
Et donc $H(i\omega) = \frac{U_{out}}{U_{in}} = -\frac{1}{1+j\frac{\omega}{\alpha.\omega_p}}$ $avec\ \omega_p = \frac{1}{R_2 C}$

et donc si on rend α programmables numériquement on réalise de facto un filtre dont la bande passante est programmable.

Pour générer un signal fonction de (U_{in} + U_{out}) on complète le circuit comme suit :



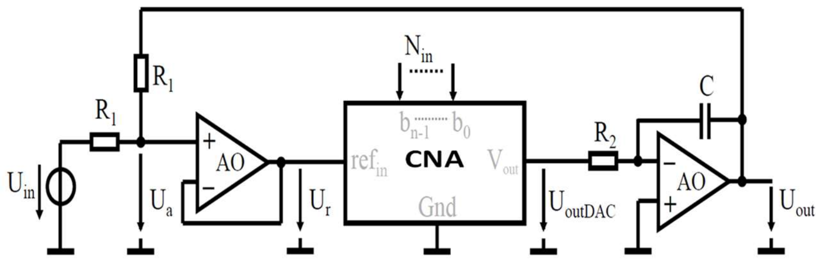
2. Exprimer U_r en fonction de U_{out} et de U_{in}.
   Exprimant d'abord U_a en fonction de U_{out} et de U_{in}. Si je considère que i+ du suiveur est nul je peux ramener le schéma à :



   Ce qui me donne par superposition : $U_a = \frac{U_{in}+U_{out}}{2}$

   Et puisque le premier AO est monté en suiveur on a : $U_r = U_a = \frac{U_{in}+U_{out}}{2}$

Pour rendre Ur programmable on ajoute un convertisseur numérique analogique (CNA ou DAC) dont la valeur pleine échelle (Full Sale) est donné par la tension sur l'entrée ref_{in} c.à.d. U_r :



3. Exprimer U_{outDAC} en fonction de U_r et de b_0, b_1, … b_{n-1}.
   Le convertisseur numérique/analogique transforme le nombre codé en binaire sur n bits N_{in} en une grandeur analogique U_{outDAC}, selon la relation (slide 30 du cours CAN/CNA):
   $\mathrm{U_{outDAC}} = \mathrm{LSB}.\sum_{i=0}^{n-1} b_i 2^i = \frac{FS}{2^n}\sum_{i=0}^{n-1} b_i 2^i$

$$\rightarrow \mathrm{U_{outDAC}} = \frac{U_r}{2^n}\sum_{i=0}^{n-1} b_i 2^i$$

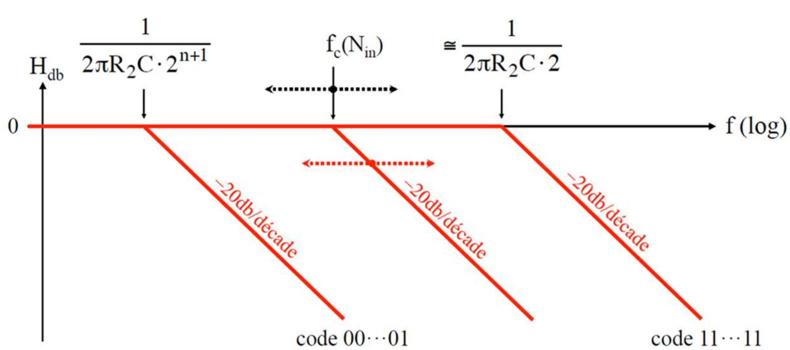
4. En déduire que **α** et donc la fréquence de coupure du Filtre passe-bas sont bien programmables à l'aide de l'entrée numérique N_{in} (c.à.d. b_0, b_1, … b_{n-1}).
   D'après la question 2 : $U_r = \frac{U_{in}+U_{out}}{2} \rightarrow \mathrm{U_{outDAC}} = \frac{U_{in}+U_{out}}{2^{n+1}}\sum_{i=0}^{n-1} b_i 2^i = \boldsymbol{\alpha}(U_{in}+U_{out})$

$$\Rightarrow \boldsymbol{\alpha} = \frac{\sum_{i=0}^{n-1} b_i 2^i}{2^{n+1}}$$

5. Récrire la fonction de transfert $H(j\omega) = U_{out}/U_{in}$.

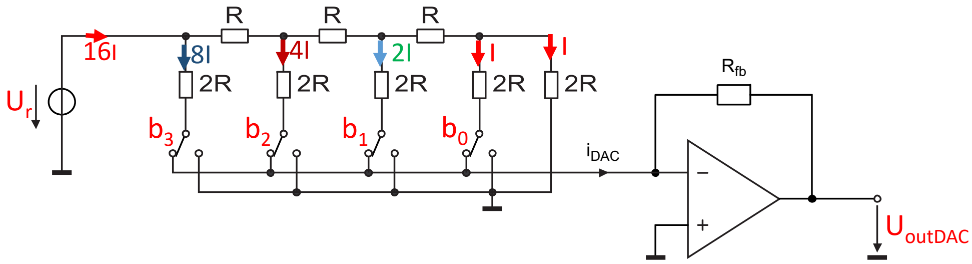
$$\Rightarrow H(i\omega) = \frac{U_{out}}{U_{in}} = -\frac{1}{1+j\frac{\omega}{\omega_p^*}} \quad avec\ \omega_p^* = \frac{\boldsymbol{\alpha}}{R_2 C}\ et\ \boldsymbol{\alpha} = \frac{\sum_{i=0}^{n-1} b_i 2^i}{2^{n+1}}$$

6. Tracer le diagramme de Bode en amplitude pour les valeurs extrêmes utilisables de N_{in}.
   La valure $N_{in,}$ = 00..0 qui donne ω_p^* = 0 et $|H(i\omega)| \rightarrow 0$ est inutilisable
   $N_{in,min}$ sera donc 00..01 est donne $\boldsymbol{\alpha} = \frac{1}{2^{n+1}}\ et\ \omega_p^* = 2\pi f_c = \frac{1}{2^{n+1}R_2 C}$
   $N_{in,max}$ sera donc 11..11 est donne $\boldsymbol{\alpha} = \frac{2^n-1}{2^{n+1}} \cong \frac{2^n}{2^{n+1}}$ $(si\ n\ est\ assez\ grand)\ et\ donc\ \omega_p^* = 2\pi f_c \cong \frac{1}{2R_2 C}$



Filtre passe-bas analogique dont la fréquence de coupure est programmable numériquement.

7. Proposez un schéma pour le CNA de 4 bits et dimensionner ses éléments.



Ce circuit donne $U_{out,DAC} = -R_{fb} i_{DAC} = -R_{fb} I \sum_{i=1}^{3} b_i 2^i = -R_{fb} \frac{U_r}{16} \sum_{i=1}^{3} b_i 2^i$ (voir slide 37 du cours CAN/CNA)

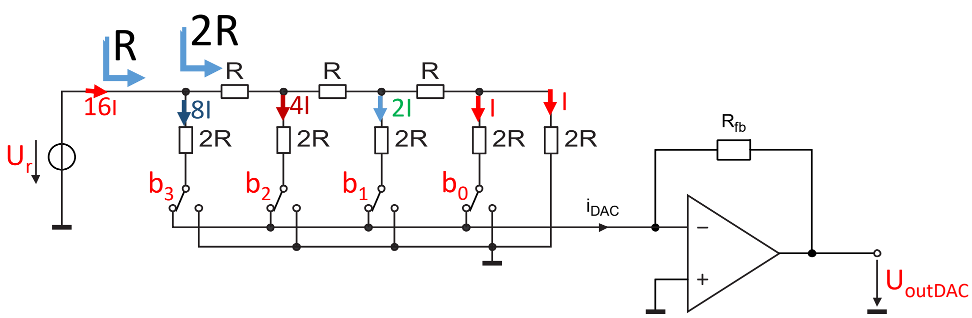
Or on veut un $U_{outDAC} = \frac{U_r}{2^4} \sum_{i=0}^{4-1} b_i 2^i$, pour cela il suffit de prendre un $R_{fb} = R$

Rq : le signe (-) qui apparait ne change pas la réponse en amplitude du Filtre. C'est seulement en phase qu'on aura un shift de 180°.

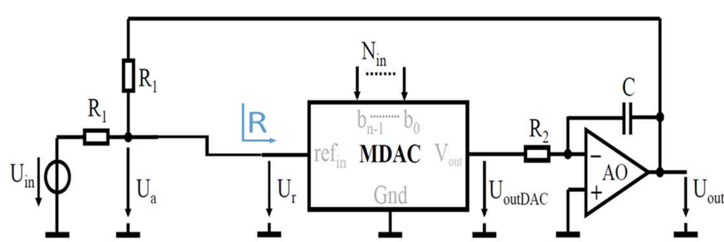
Exemple d'implémentation : R = 1kΩ et R_{fb} = 1kΩ

8. Expliquer l'utilité du suiveur.

Le suiveur isole la tension U_a de l'entrée du CNA qui présente une résistance finie égale à R (voir slide 36 du cours)



Sans le suiveur l'équation $U_a = U_r = \frac{U_{in}+U_{ou}}{2}$ n'est plus valable Il faut la remplacer par l'équation donnée par le circuit suivant en tenant compte de la résistance d'entrée du CAN:



Cela donne : $U_r = U_a = U_{in} \frac{R_1//R}{R_1+R_1//R} + U_{out} \frac{R_1//R}{R_1+R_1//R} = (U_{in} + U_{out}) \frac{R_1//R}{R_1+R_1//R}$